



ITQ1001

ดิจิทัลสำหรับเทคโนโลยีสารสนเทศ

Digital for Information Technology



อ้างอิงที่มา : พจนมไพร ช่วงจัน

การคำนวณเลขฐานสอง

เนื่องจากเลขฐานสองเป็นพื้นฐานสำคัญของระบบดิจิทัลจึงขอกล่าวถึงวิธีการคำนวณหาค่าการบวก การลบ การคูณ และการหาร เลขฐานสอง ซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้

การบวกเลขฐานสอง (Binary addition)

การบวกเลขฐานสอง

การบวกและการลบเลขฐานสองมีวิธีการเหมือนกับการบวกลบเลขฐานสิบที่เราคุ้นเคยเพียงต่างกันที่การยืม

เลขฐานสิบค่าของการยืมจะได้ครั้งละสิบ แต่ถ้าเป็น

เลขฐานสองค่าของการยืมก็จะได้ครั้งละสอง ซึ่งมีหลักเกณฑ์สรุปดังตารางดังนี้



การบวกเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวบวก	ผลลัพธ์	ตัวทด
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

การคำนวณเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง $1+1$ เท่ากับ 2 ของเลขฐานสิบ
แต่เท่ากับ 10 ของเลขฐานสอง

เราจึงได้ผลลัพธ์เป็น 0 แล้วทด 1 เพื่อนำไปบวกกับหลักถัดไป

The diagram illustrates the binary addition of 0111 and 0101. The numbers are aligned vertically, and the result 1100 is shown below a horizontal line. Colored arrows indicate the carry propagation from right to left. Above each column, the carry-in is shown: 1 for the first three columns and 0 for the last column. Below each column, the calculation is shown: $0+0+1=1$, $1+1+1=11$, $1+0+1=10$, and $1+1=10$. The final result is 1100.

การบวกเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวบวก	ผลลัพธ์	ตัวทด
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

การคำนวณเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง (Binary addition)

จงบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1010)_2 + (101)_2$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ + 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

เทียบเท่าฐานสิบ

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

การบวกเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวบวก	ผลลัพธ์	ตัวทด
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

การคำนวณเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง (Binary addition)

$$(1011)_2 + (1001)_2$$

$\begin{array}{r} 1011 \\ + 1001 \\ \hline 10100 \end{array}$	เทียบเท่าฐานสิบ	$\begin{array}{r} 11 \\ + 9 \\ \hline 20 \end{array}$
---	-----------------	---

การบวกเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวบวก	ผลลัพธ์	ตัวทด
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$(1001110)_2 + (1001111)_2$$

Diagram illustrating the binary addition of $(1001110)_2$ and $(0011111)_2$. The diagram shows the bit-by-bit addition from right to left, with carry propagation indicated by colored arrows (purple, red, green, blue). The intermediate sums for each bit position are shown below the arrows:

- Bit 0: $0+0+1=1$ (purple arrow)
- Bit 1: $1+1+1=11$ (red arrow)
- Bit 2: $1+0+1=10$ (green arrow)
- Bit 3: $1+1=10$ (blue arrow)

The final result is 1101101_2 .

$$\begin{array}{r} 1001110 \\ + 0011111 \\ \hline 1101101 \end{array}$$

การคำนวณเลขฐานสอง

การบวกเลขฐานสอง (Binary addition)

คำนวณหาผลลัพธ์ของ $101101_2 + 110101_2$

$$\begin{array}{r} 11111 \quad \leftarrow \text{ตัวทด} \\ 101101_2 \\ + 110101_2 \\ \hline 1100010_2 \end{array}$$

$$101101_2 + 110101_2 = 1100010_2$$

ตอบ

การคำนวณเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้
(Binary subtraction)

การลบเลขฐานสอง $0 - 1$ ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบ จึง
ต้องไปยืมหลักหน้ามา 1 ในการยืมแต่ละครั้งของ
เลขฐานสองมีค่าเท่ากับ 2 เมื่อนำมาลบกับตัวลบคือ 1 จึง
ได้ผลลัพธ์เป็น 1 และอย่าลืมหักหลักที่ถูกยืมออกอีก 1 ด้วย
แสดงดังตัวอย่าง

$$\begin{array}{r} \text{จงลบเลขฐานสอง } 11101_2 - 10110_2 \\ \\ \begin{array}{r} 11101 \\ - 10110 \\ \hline 00111_2 \end{array} \end{array}$$

การลบเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวลบ	ผลลัพธ์	ตัวยืม
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

การคำนวณเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้
(Binary subtraction)

การลบเลขฐานสอง $0 - 1$ ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบ จึงต้อง
ไปยืมหลักหน้ามา 1 ในการยืมแต่ละครั้งของเลขฐานสองมีค่า
เท่ากับ 2 เมื่อนำมาลบกับตัวลบคือ 1 จึงได้ผลลัพธ์เป็น 1 และ
อย่าลืมหักหลักที่ถูกยืมออกอีก 1 ด้วย แสดงดังตัวอย่าง

$$\begin{array}{r} \text{จงลบเลขฐานสอง } 10001_2 - 1110_2 \\ \\ \begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 1 \\ -\quad\quad\quad 1\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 1\ 1_2 \end{array} \end{array}$$

การลบเลขฐานสอง			
ตัวตั้ง	ตัวลบ	ผลลัพธ์	ตัวยืม
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

การคำนวณเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง

(Binary subtraction)

การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (ต้องยืมหลักที่สูงกว่ามา 1)}$$

กรณีตัวตั้งน้อยกว่าตัวลบ การลบกันก็ต้องมีการยืมหลักที่มีค่ามากกว่ามา 1 เพื่อให้เป็น 10 แล้วจึงนำไปลบ 1 ได้ผลลัพธ์ คือ 1 และหลักมากกว่าที่ถูกยืมมาจะเหลือ 0 แต่ถ้าหลักที่มากกว่าเป็น 0 ต้องยืมหลักถัดไปเรื่อย ๆ โดยตัวที่ถูกยืมต่อไปจะมีค่าเหลือ 1 โดยหลักที่ยืมเป็นตัวสุดท้ายจะมีค่าเป็น 10

การคำนวณเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง (Binary subtraction)

การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้

ในการยืมค่าตัวเลขในเลขฐานสองจะทำให้ตัวเลขที่ถูกยืมลดค่าลง 1 แล้วตัวเลขนั้นจะกลายเป็น 0 ไป ถ้าตัวเลขที่ถูกยืมถัดไปมีค่าเป็น 0 ให้ยืมในหลักถัดไปเรื่อยๆ จนกระทั่งมีเลข 1 เมื่อทำการยืมค่ามาแล้ว เลข 1 ในคอลัมน์นั้นก็จะกลายเป็น 0 ไป ส่วนเลข 0 ในคอลัมน์ซึ่งไม่สามารถยืมได้นั้นก็จะกลายเป็น 1 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

การลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1100)_2 - (1010)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 0 \\ 12 \end{array}$$

-

$$\begin{array}{r} \underline{1\ 0\ 1\ 0} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{\underline{0\ 0\ 1\ 0}} \\ 02 \end{array}$$

$$(1100)_2 - (1010)_2 = (10)_2$$

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (ต้องยืมหลักที่สูงกว่ามา 1)}$$

ตอบ $(10)_2$

การคำนวณเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง (Binary subtraction)

การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้

การลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (ต้องยืมหลักที่สูงกว่ามา 1)}$$

$$(1101.11)_2 - (111.10)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

1 1 0 1 . 1 1

13.75

0 1 1 1 . 1 0

7.50

1 1 0 . 0 1

6.25

$$2^{-1} = 0.5$$

$$2^{-2} = 0.25$$

$$= 0.75$$

+

ตอบ $(110.01)_2$

$$\therefore (1101.11)_2 - (111.10)_2 = (110.01)_2$$

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625

การคำนวณเลขฐานสอง

การลบเลขฐานสอง (Binary subtraction)

การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้

การลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1111.11)_2 - (1001.10)_2 - (11.11)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

1 1 1 1 . 1 1	15.75
1 0 0 1 . 1 0	9.50
0 0 1 1 . 1 1	3.75
1 0 0 . 1 0	4.50

$$\therefore (1111.11)_2 - (1001.10)_2 - (11.11)_2 = (10.10)_2$$

ตอบ $(10.10)_2$

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (ต้องยืมหลักที่สูงกว่ามา 1)}$$

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625

การคำนวณเลขฐานสอง

คำนวณหาผลลัพธ์ของ $100101_2 - 1101_2$

$$\begin{array}{r} 100101_2 \\ - 1101_2 \\ \hline 011000_2 \\ \hline \hline \end{array}$$

← ตัวยืม ชั่วยืมแต่ละครั้งมีค่า = 2

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (ต้องยืมหลักที่สูงกว่ามา 1)}$$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

การคูณเลขฐานสอง

ระบบเลขฐานสองมีตัวเลขเพียงสองตัวคือ 0 กับ 1

การคูณในระบบเลขฐานสอง เราสามารถกระทำได้ในลักษณะเช่นเดียวกับการคูณเลขฐานสิบซึ่งก็คือ
ทำการตั้งหลักของการคูณให้ตรงกัน โดยเริ่มจากบิต หรือหลักตัวเลขทางขวามือสุดก่อน
เมื่อได้ ทำการคูณตัว ตั้งด้วยตัวคูณทุกตำแหน่งแล้ว ก็ให้ทำการบวกโดยใช้กฎการบวก
เลขฐานสองตามปกติทุกประการ การคูณจึงมีหลักเกณฑ์ดังนี้

$$1 \times 1 = 1$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$0 \times 0 = 0$$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

จงคูณเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1100)_2 \times (101)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 101 \\ \hline 1100 \\ 0000 \quad + \\ \hline 1100 \\ 111100 \end{array}$$

$1 \times 1 = 1$
$1 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$0 \times 0 = 0$

ดังนั้น $(1100)_2 \times (101)_2 = (111100)_2$

ตอบ $(111100)_2$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

จงคูณเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1101.101)_2 \times (111)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 1101101 \\ \times \quad 111 \\ \hline 1101111 \\ 1101111 \quad + \\ 1101111 \\ \hline 1100001001 \end{array}$$

ดังนั้น $(1101.101)_2 \times (111)_2 = (1100001.001)_2$

ตอบ $(1100001.001)_2$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

จงคูณเลขฐานสองต่อไปนี้

เดิมใจทยึด $(1101.101)_2 \times (111)_2 = (\dots\dots\dots)_2$

ใจทยึดถูก $(1101.1\mathbf{1})_2 \times (111)_2 = (\dots\dots\dots)_2$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 1101101 \\ \times \quad 111 \\ \hline 1101111 \\ 1101111 \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101111 \\ 1100001001 \end{array}$$

ดังนั้น $(1101.101)_2 \times (111)_2 = (1100001.001)_2$

ตอบ $(1100001.001)_2$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

การคูณและการหารเลขฐานสองใช้หลักการเดียวกันกับการคูณและการหารเลขฐานสิบเพียงแต่เลขฐานสองมีเพียงสองเลขคือ 0 กับ 1 ผลลัพธ์ก็มีเพียงสองเลขคือ 0 กับ 1 แสดงดังตัวอย่าง

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$(ก) 11011_2 \times 101_2$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ \times 101 \\ \hline 11011 \\ 00000 \\ + 11011 \\ \hline 10000111_2 \end{array}$$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

ในการคูณเลขระบบใด ๆ ก็ตาม หมายความว่า เป็นการบวกเลข

จำนวนนั้น ด้วยตัวมันเองเป็นจำนวนกี่ครั้งตามค่าตัวคูณนั้น เช่น จำนวนเลข 8×5

หมายความว่า จำนวนเลข 8 บวกด้วยตัวมันเอง 5 ครั้ง คือ $8+8+8+8+8=40$

สำหรับการคูณเลขฐานสอง มีหลักการดำเนินการเช่นเดียวกับเลขฐานสิบคือ

เมื่อทำการคูณเลขฐานสอง ด้วยตัวเองที่เป็น 1 ก็จะได้ผลคูณเท่ากับตัวตั้งที่ทำการคูณนั้น

ถ้าตัวคูณเป็น 0 ผลคูณ ก็จะได้เป็น 0 เช่นกัน เมื่อได้ทำการคูณ ตัวตั้งด้วยตัวคูณทุก

ตำแหน่งแล้วให้ทำการบวกโดยใช้กฎการบวกเลขฐานสองตามที่กล่าวมาแล้ว ทุกประการ

การคูณจึงมีหลักเกณฑ์ดังนี้

$$1 \times 1 = 1$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$0 \times 0 = 0$$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

$$1 \times 1 = 1$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$0 \times 0 = 0$$

การคูณเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1100)_2 \times (101)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 101 \\ \hline 1100 \\ 0000 \\ \hline 1100 \\ \hline 111100 \end{array}$$

$$\therefore (1100)_2 \times (101)_2 = (111100)_2$$

ตอบ $(111100)_2$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

การหารเลขฐานสอง

ในการหารเลขระบบใดๆ ก็ตาม เป็นการกระทำที่ตรงกันข้ามกับการคูณ คือเป็นการหาจำนวนครั้งที่น่าตัวเลขจำนวนนั้นไปลบออกจากเลขจำนวนหนึ่งจนกระทั่งเหลือเศษ 0 หรืออาจเป็นจำนวนหนึ่ง ที่มีค่าน้อยกว่า 3 เกณฑ์การหารเลขฐานสองสรุปได้ดังต่อไปนี้

$$0 \% 1 = 0$$

$$1 \% 1 = 1$$

$$\text{ตอบ } (11)^2$$

การหารเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1111)_2 \div (101)_2 = (\dots\dots\dots)_2$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 101 \overline{) 1111} \\ \underline{101} \\ 101 \\ \underline{101} \\ \underline{000} \end{array}$$

$$(1111)_2 \div (101)_2 = (11)_2$$

การคูณและการหารเลขฐานสอง

$$1001_2 \div 11_2$$

$$0 \% 1 = 0$$

$$1 \% 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} 11 \sqrt{1001} \\ \underline{11} \\ 11 \\ \underline{11} \\ 00 \end{array}$$

ตอบ

$$11_2$$

เชคชื่อ