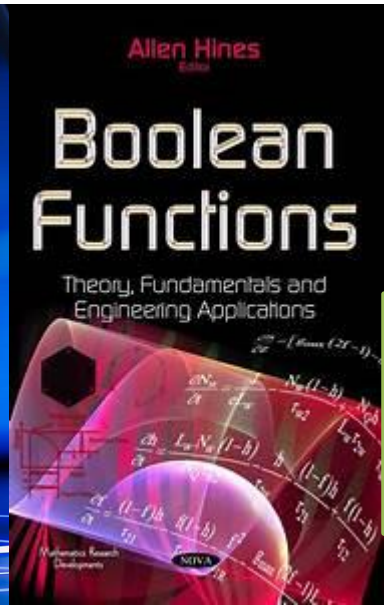
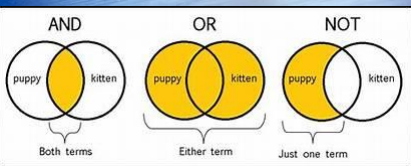




ITQ1001

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

พีชคณิตบูลีนการลดรูป วงจรลอจิก

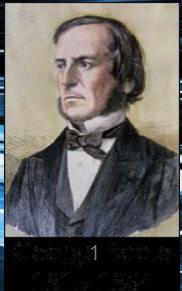


ทฤษฎีของบูลีน
(Boolean Theory)

(Boolean Algebra)

https://sciencedemos.org.uk/logic_gates.php

<https://logic.ly/demo/>



บททวน 1. สมการลอจิก (logic expression)

1. สมการลอจิก (logic expression)

การทำงานของระบบดิจิทัล สามารถอธิบายได้โดยใช้สมการพีชคณิตลอจิก (logic equation) ซึ่งประกอบด้วย

ตัวแปรลอจิก (logic variable) เป็นตัวแปรที่รับค่าเพียงสองค่า หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า **ตัวแปรสองสถานะ (Bi-State variable)** โดยมีข้อกำหนดคือ สามารถมีสถานะได้เพียงสองสถานะเท่านั้น และจะอยู่ในสถานะใดสถานะหนึ่งเท่านั้น

จะอยู่พร้อมกันทั้งสองสถานะในเวลาเดียวกันไม่ได้ สถานะดังกล่าวอาจแทนความหมายต่าง ๆ เช่น เปิด-ปิด, สูง-ต่ำ, หนึ่ง-ศูนย์ เป็นต้น

1. สมการลอจิก (logic expression)

ตัวกระทำทางลอจิก (logic operators) เป็นตัวรับเอาตัวแปรลอจิก มาดำเนินการเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ โดยผลลัพธ์ที่ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของตัวกระทำและสถานะของตัวแปรลอจิกที่ถูกกระทำ เขียนแทนด้วยไดอะแกรมได้ดังภาพ



ภาพที่ 1 บล็อกไดอะแกรมของตัวกระทำทางลอจิก

1. สมการลอจิก (logic expression)

ตัวแปรอินพุต 1 ตัว สามารถทำให้เกิดสถานะที่แตกต่างกันได้ 2 กรณี เช่น ตัวแปร **A** มีสถานะที่แตกต่างกันได้ 2 กรณี คือ **A = 0** หรือ **A = 1** เมื่อเพิ่มจำนวนตัวแปรอินพุตเป็น 2 ตัว เช่น **A** และ **B** สถานะที่แตกต่างกันจะเพิ่มเป็น 4 กรณี หรือ 2^2 กรณี คือ

A = 0, B = 0 หรือ **A = 0, B = 1** หรือ

A = 1, B = 0 และ **A = 1, B = 1**

ดังนั้นถ้ามีตัวแปรอินพุตจำนวน **n** ตัว จะสถานะที่แตกต่างกันทั้งหมด 2^n กรณี
ตัวกระทำทางลอจิกพื้นฐานได้แก่ **AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR** และ **XNOR**

2. ตารางค่าความจริง

เป็นตารางที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรลอจิกอินพุตและเอาต์พุตที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจากสมการลอจิก ตารางค่าความจริงจะประกอบด้วย ค่าสถานะของตัวแปรลอจิกทางด้านอินพุตที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2^n กรณี

เมื่อ n คือ จำนวนตัวแปรลอจิกด้านอินพุต และสถานะของตัวแปรลอจิกด้านเอาต์พุตที่เกิดจากการกระทำทางลอจิกระหว่างตัวแปรทางด้านอินพุตค่าต่างๆ

Truth table สำหรับตัวแปรอินพุต 2 ตัว ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอินพุต A, B และเอาต์พุต Y ดังแสดงในตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 ให้เขียนตารางค่าความจริงของสมการลอจิกที่มีตัวแปรอินพุต 1, 2 และ 3 ตัวแปรตามลำดับ

2. ตารางค่าความจริง

ตัวอย่างที่ 1 ให้เขียนตารางค่าความจริงของสมการลอจิกที่มีตัวแปรอินพุต 1, 2 และ 3 ตัวแปรตามลำดับ

Input		Output
A	B	$Y = f(A,B)$
0	0	$Y = f(A,B) = f(0,0)$
0	1	$Y = f(A,B) = f(0,1)$
1	0	$Y = f(A,B) = f(1,0)$
1	1	$Y = f(A,B) = f(1,1)$

2. ตารางค่าความจริง

เช่น สมการลอจิก $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$ เขียนแทนด้วย truth table ได้ดังนี้

Input		Output
A	B	$Y = f(A,B)$
0	0	$f(A,B) = f(0,0) = 0$
0	1	$f(A,B) = f(0,1) = 1$
1	0	$f(A,B) = f(1,0) = 0$
1	1	$f(A,B) = f(1,1) = 1$

(y): ผลลัพธ์ (Output) หรือค่าความจริงของประพจน์/วงจร ที่ได้ออกมา

(f) ฟังก์ชัน หรือกฎเกณฑ์ (ตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ เช่น และ, หรือ, ไม่)

(A) และ (B): ตัวแปรตั้งต้น (Inputs) หรือประพจน์ย่อยที่เป็นเงื่อนไข

(A,B): ตัวแทนของตัวแปรนำเข้า (Input) ที่ถูกนำมาประมวลผลร่วมกันในตารางค่าความจริง เช่น การทำ AND, OR หรือ NOT

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(บททวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

ลอจิกเกต (Logic Gate)

คืออุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่มีการทำงานเหมือนสวิตช์ (switch) นั่นคือ มีสถานะเปลี่ยนแปลงไปมาได้เพียง 2 สถานะ โดยใช้ระดับแรงดันไฟฟ้าในการแทนสถานะของตัวแปรลอจิก

โดยแรงดันไฟฟ้าสูง (High : H) และแรงดันไฟฟ้าต่ำ (Low : L) ลอจิกเกตพื้นฐานที่ควรศึกษาได้แก่

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

3.1 AND Gate

การกระทำ AND จะให้เอาต์พุตออกมาเป็นลอจิก 1 หรือแรงดัน H เมื่อตัวแปรอินพุตมีสถานะเป็นลอจิก 1 หรือมีแรงดัน H ทั้งหมด การ AND แสดงด้วยสัญลักษณ์ $\cdot$ ระหว่างตัวแปรลอจิก การ AND ระหว่างตัวแปร A และ B แสดงด้วยสมการลอจิกเป็น

$$Y = f(A, B) = A \cdot B$$

เมื่อ Y คือ เอาต์พุตที่ได้จากการ AND และการกระทำ AND แสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรม

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A, B) = A \cdot B$$

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = A \cdot B$$

ตารางค่าความจริง

Input		Output
A	B	$f(A,B) = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

บล็อกไดอะแกรมของการกระทำ AND

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

3.2 OR Gate

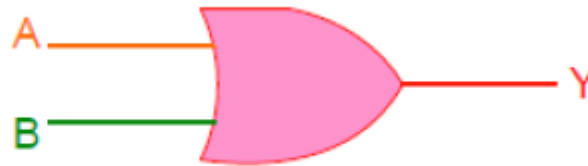
การกระทำ OR จะให้เอาต์พุตออกมาเป็นลอจิก 0 หรือแรงดัน L เมื่อตัวแปรอินพุตมีสถานะเป็นลอจิก 0 หรือมีแรงดัน L ทั้งหมด

การกระทำ OR แสดงด้วยสัญลักษณ์ + ระหว่างตัวแปรลอจิก การ OR ระหว่างตัวแปร A และ B แสดงด้วยสมการลอจิกเป็น

$$Y = f(A, B) = A + B$$

เมื่อ Y คือ เอาต์พุตที่ได้จากการ OR และการกระทำ OR แสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรม

สัญลักษณ์

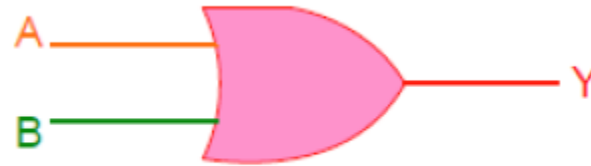


สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A, B) = A + B$$

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = A+B$$

ตารางค่าความจริง

บล็อกไดอะแกรมของการกระทำ OR

Input		Output
A	B	$f(A,B) = A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

อ้างอิงที่มาเอกสาร : อ.ดร.พัฒนพงษ์ วันจันทิก

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

3.3 NOT Gate (Inverters)

การกระทำ NOT จะให้เอาต์พุตออกมาเป็นลอจิกที่มีสถานะตรงข้ามกับสถานะลอจิกของตัวแปรอินพุต การ NOT แสดงด้วยสัญลักษณ์ $\bar{}$ เหนือตัวแปรลอจิกอินพุต เรียกว่าเครื่องหมาย complement หรือ Bar

การกระทำ NOT ของตัวแปร A แสดงด้วยสมการลอจิกเป็น

$$Y = f(A) = \bar{A}$$

เมื่อ Y คือ เอาต์พุตที่ได้จากการ NOT และ การกระทำ NOT แสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรม

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = \bar{A}$$

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = \overline{A}$$

ตารางค่าความจริง

Input A	Output $f(A,B) = \overline{A}$
0	1
1	0

บล็อกไดอะแกรมของการกระทำ NOT

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

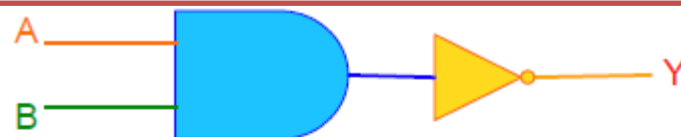
3.4 NAND Gate

การกระทำ NAND เกิดจากการนำตัวแปรด้านเอาต์พุตที่ได้จากการกระทำ AND มาผ่านการกระทำ NOT ทำให้ผลลัพธ์ของตัวแปรที่ได้จากการกระทำ NAND มีสถานะตรงข้ามกับการกระทำ AND นั่นคือ การกระทำ NAND จะทำให้ตัวแปรลอจิกทางด้านเอาต์พุตมีสถานะเป็น 0 เมื่อตัวแปรลอจิกทางด้านอินพุตที่เข้าสู่อการกระทำ NAND มีสถานะเป็น 1 ทั้งหมด เราสามารถอธิบายการกระทำ NAND โดยใช้สมการลอจิกดังนี้

$$Y = f(A,B) = A \cdot \overline{B}$$

เมื่อ $A \cdot B$ คือ ผลลัพธ์ที่ได้จากการกระทำ AND และ การกระทำ NAND

สัญลักษณ์



หรือ

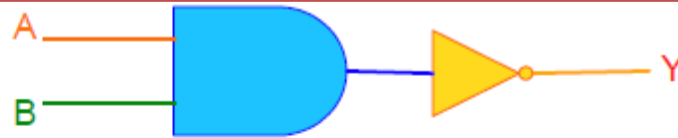


สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = \overline{A \cdot B}$$

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

สัญลักษณ์



หรือ



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = \overline{A \cdot B}$$

ตารางค่าความจริง

Input		Output
A	B	$f(A,B) = \overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

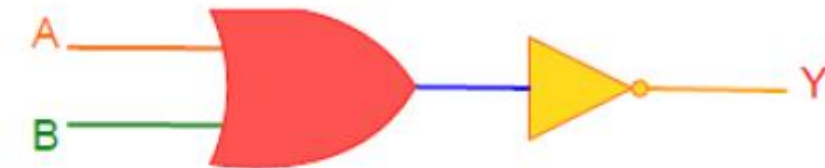
บล็อกไดอะแกรมของการกระทำ **NAND**

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

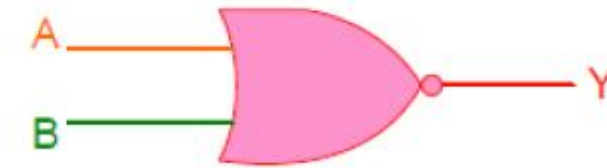
3.5 NOR Gate

เกิดจากการนำ inverter มาต่อกับเกต “AND” ทำให้ค่าผลลัพธ์ที่ได้จากเกตชนิดนี้มีค่าตรงกันข้ามกับเกต “AND” และการกระทำ NOR Gate แสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรม

สัญลักษณ์



หรือ

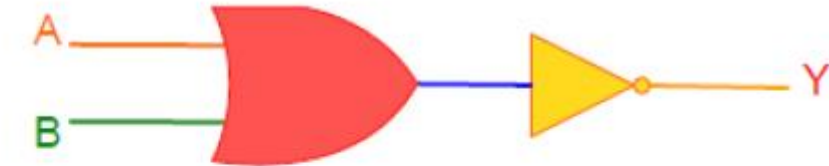


สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A) = \overline{A + B}$$

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

สัญลักษณ์



หรือ



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A, B) = \overline{A + B}$$

บล็อกไดอะแกรมของการกระทำ NOR Gate

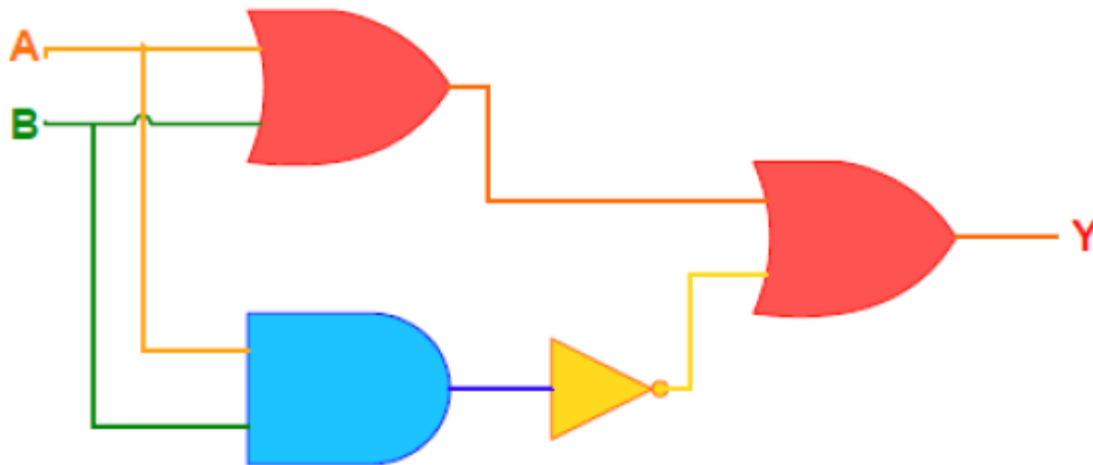
ตารางค่าความจริง

Input		Output
A	B	$f(A, B) = \overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

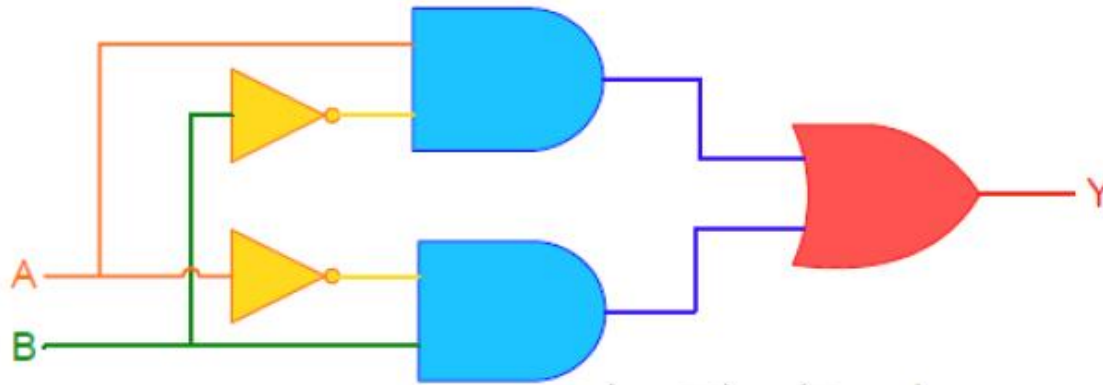
3.6 Exclusive - OR Gate

เป็นการนำเกตพื้นฐานมาประยุกต์ใช้งาน จะให้ผลลัพธ์เป็น “1” เมื่ออินพุตมีค่าตรงกันข้ามกัน และการกระทำ OR Gate แสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรม



$$Y = f(A) = A \oplus B = (A + B) \cdot \overline{(A \cdot B)}$$

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)



$$Y = f(A) = A \oplus B = (A \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B)$$

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A) = A \oplus B$$

ตารางค่าความจริง

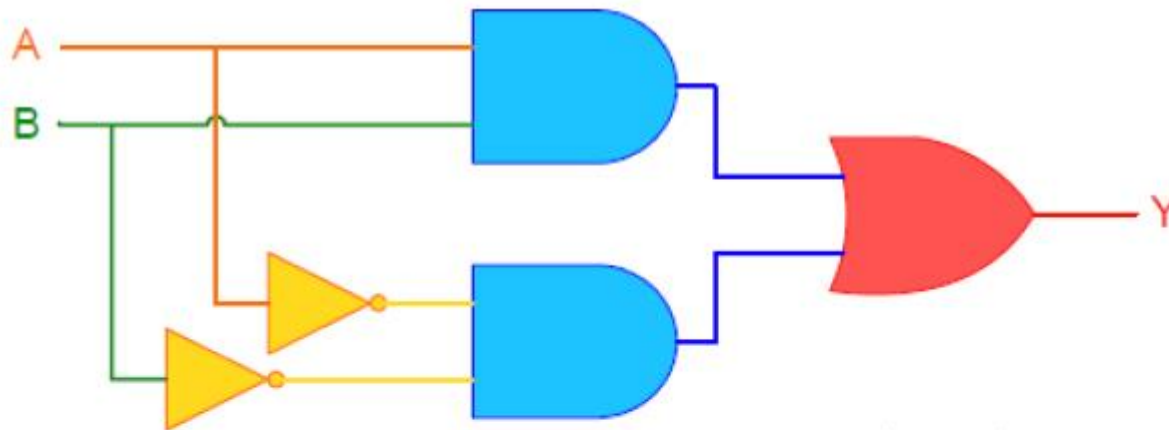
บล็อกไดอะแกรมของการ
กระทำ **OR Gate**

Input		Output
A	B	$f(A,B) = A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

3. ลอจิกเกต (Logic Gate)(ทบทวนเพิ่มเติม) (ได้ศึกษาไปครั้งที่แล้ว)

3.7 Exclusive – NOR Gate (XNOR Gate)

เกิดจากการนำ Inverter มาต่อกับ XOR Gate ทำให้ค่าผลลัพธ์ที่ได้เกตชนิดนี้ มีค่าตรงกันข้ามกับ XOR Gate นั่นคือ เกตชนิดนี้จึงมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า “Comparator” และการกระทำ OR Gate แสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรม (ภาพที่ 8)



Input		Output
A	B	$f(A,B) = \overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$Y = f(A,B) = \overline{A \oplus B} = (A \cdot B) + (\overline{A} \cdot \overline{B})$$

สัญลักษณ์



สมการพีชคณิตลอจิก

$$Y = f(A,B) = \overline{A \oplus B}$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิกจะใช้หลักการพิจารณารูปวงจรลอจิกทีละส่วน โดยเริ่มจากด้านอินพุต แล้วพิจารณาไปทางเอาต์พุตตามลำดับ แล้วนำสมการในแต่ละเกตมารวมกันตามคุณสมบัติของเกตนั่น ๆ

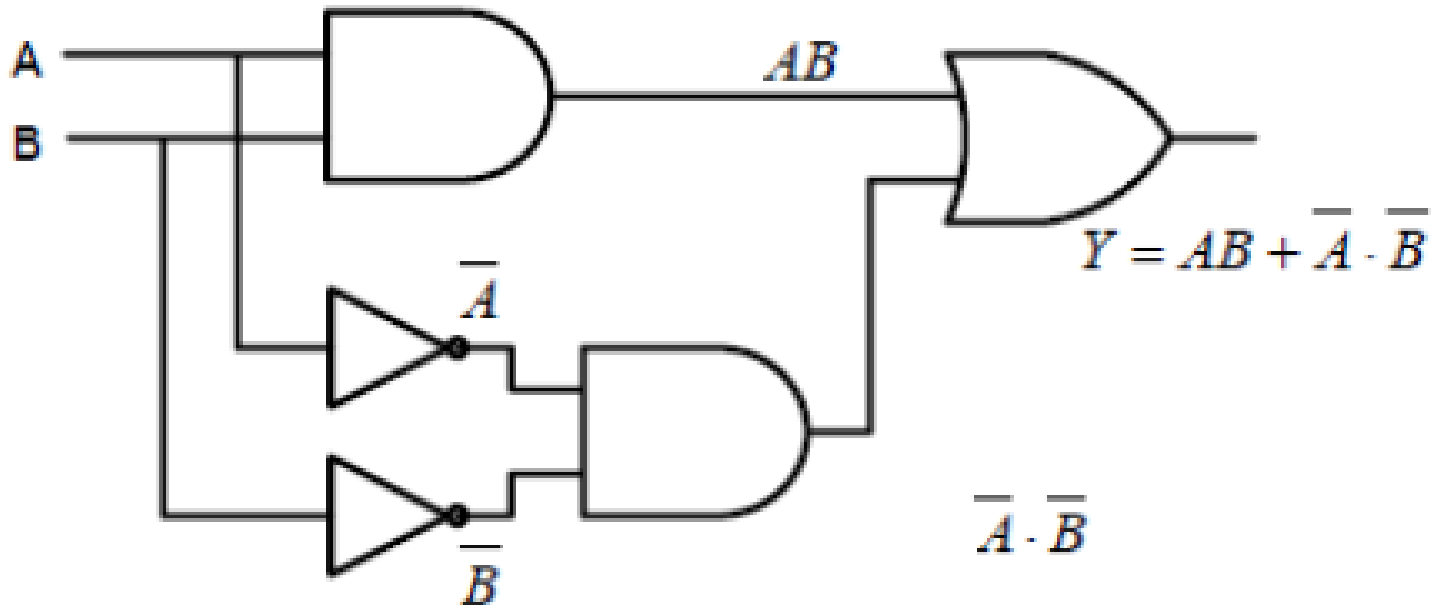
ดังตัวอย่าง

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้



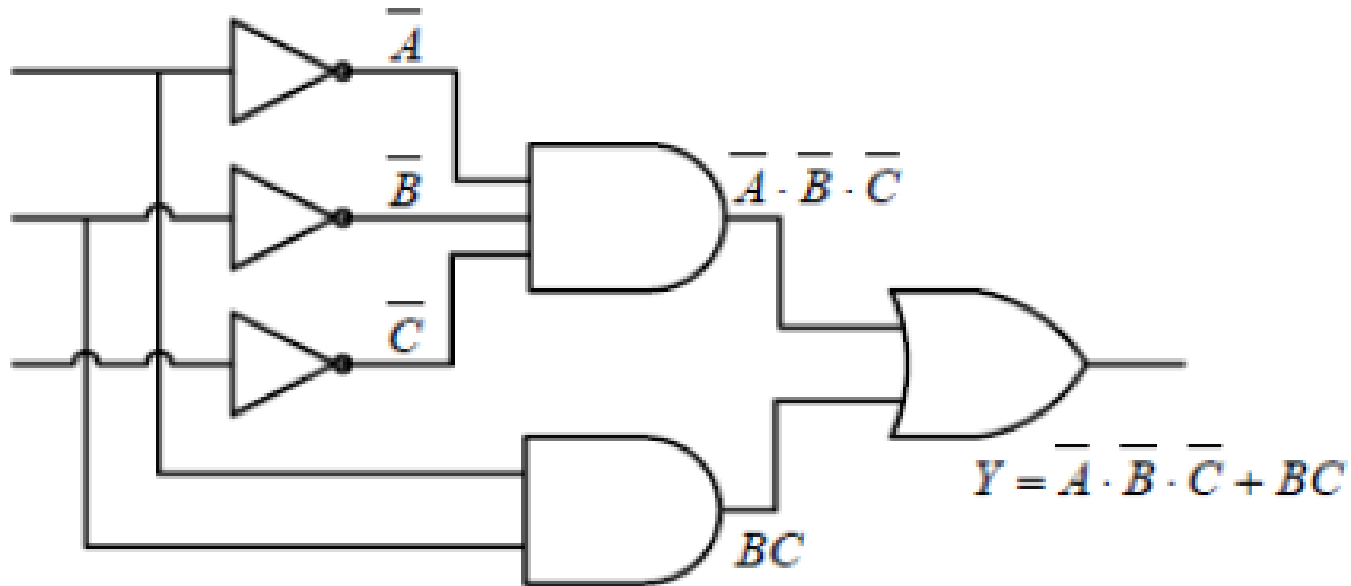
$$Y = AB + \overline{AB}$$

.....Ans.

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้



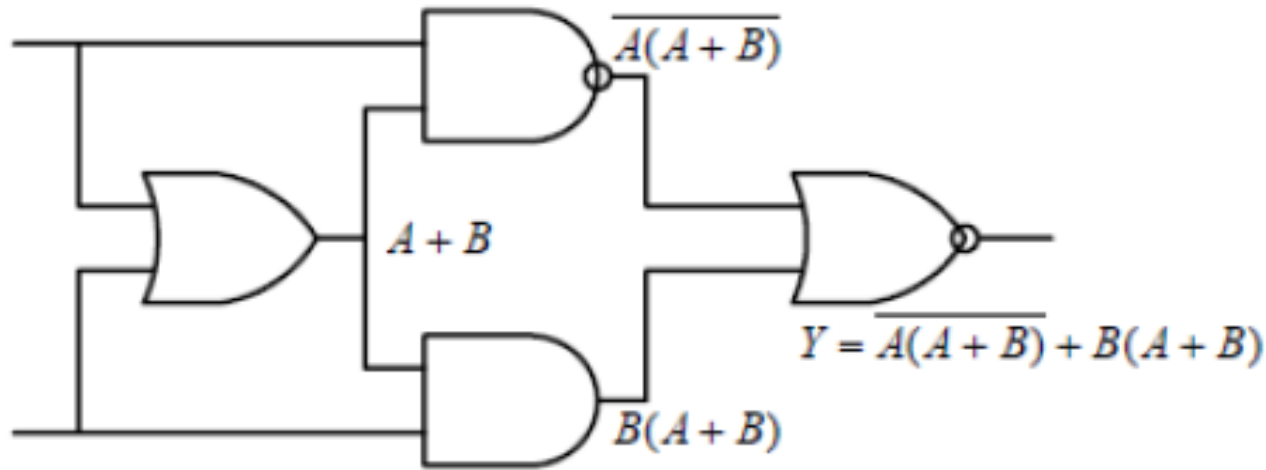
$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + BC$$

.....Ans.

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

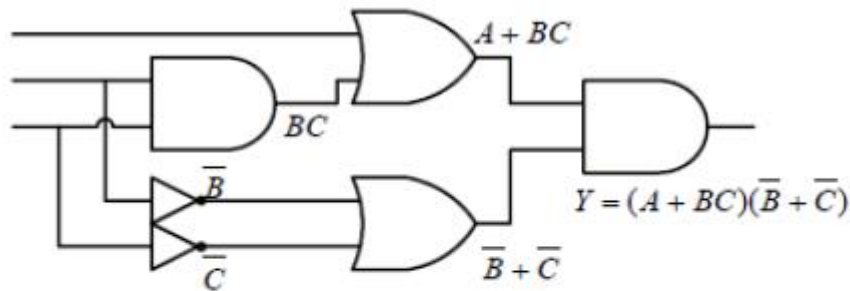


$$Y = \overline{A(A+B)} + B(A+B) \dots\dots\dots \text{Ans.}$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

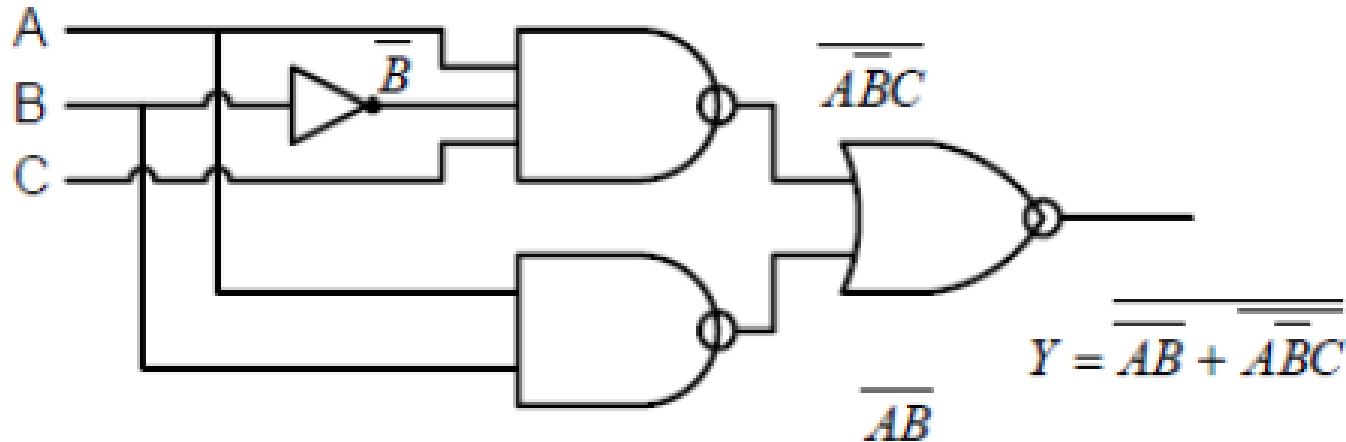


$$Y = (A + BC)(\bar{B} + \bar{C}) \dots\dots\dots \text{Ans.}$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้



$$Y = \overline{A}B + \overline{A}C$$

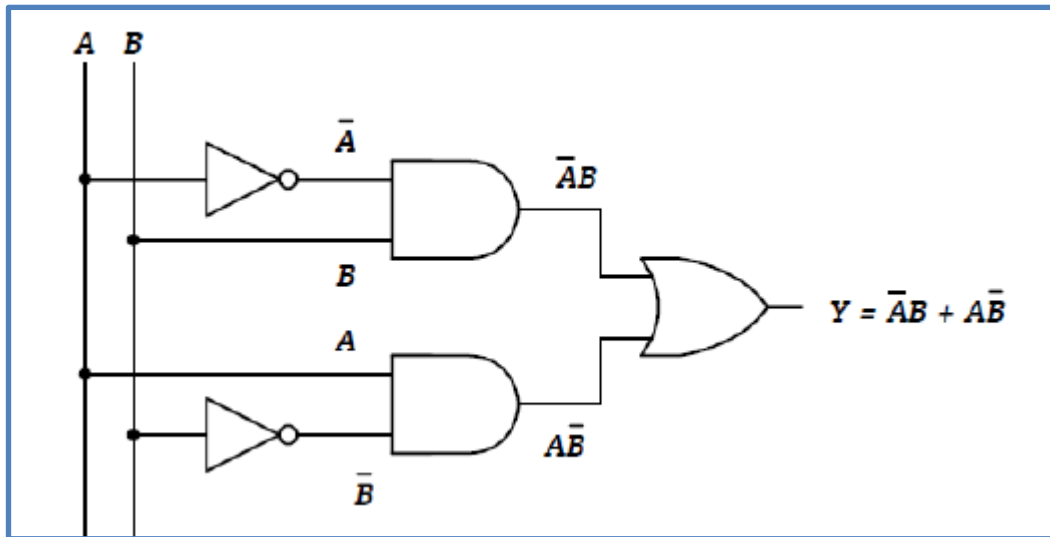
.....Ans.

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

(Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้



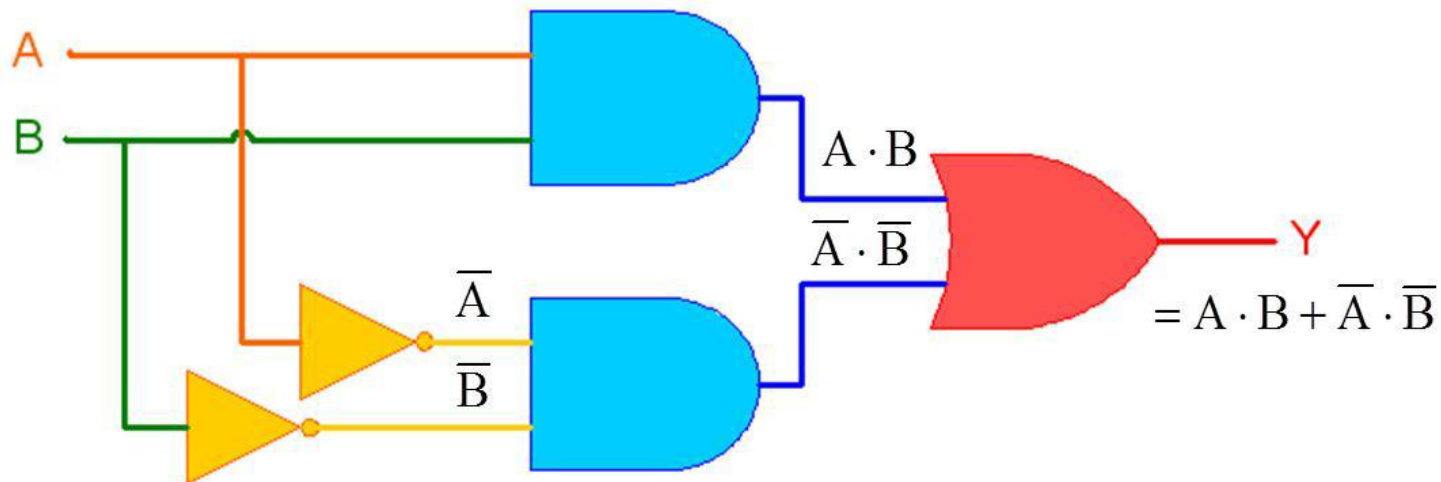
วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิต

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

การเขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิตนั้นต้องพิจารณาถึงสมการเป็นส่วน ๆ โดยเขียนจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่

ให้เขียนวงจรลอจิกจากสมการพีชคณิตต่อไปนี้

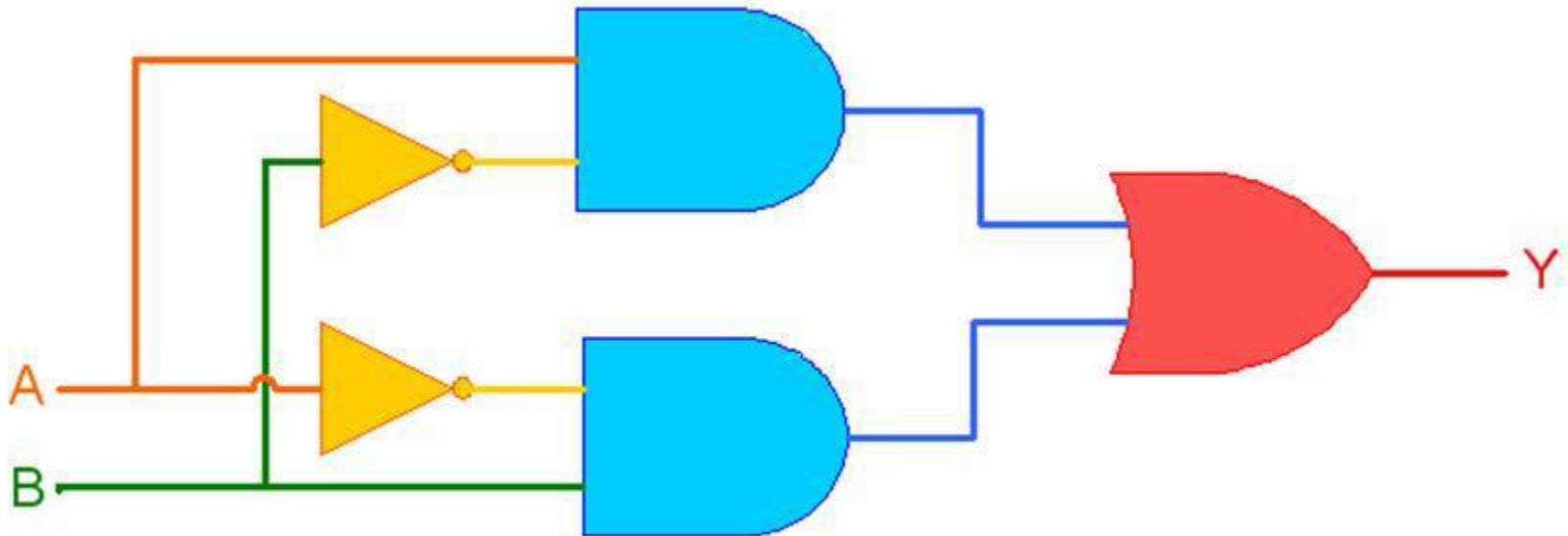


$$Y = f(A,B) = \overline{A \oplus B} = (A \cdot B) + (\bar{A} \cdot \bar{B})$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

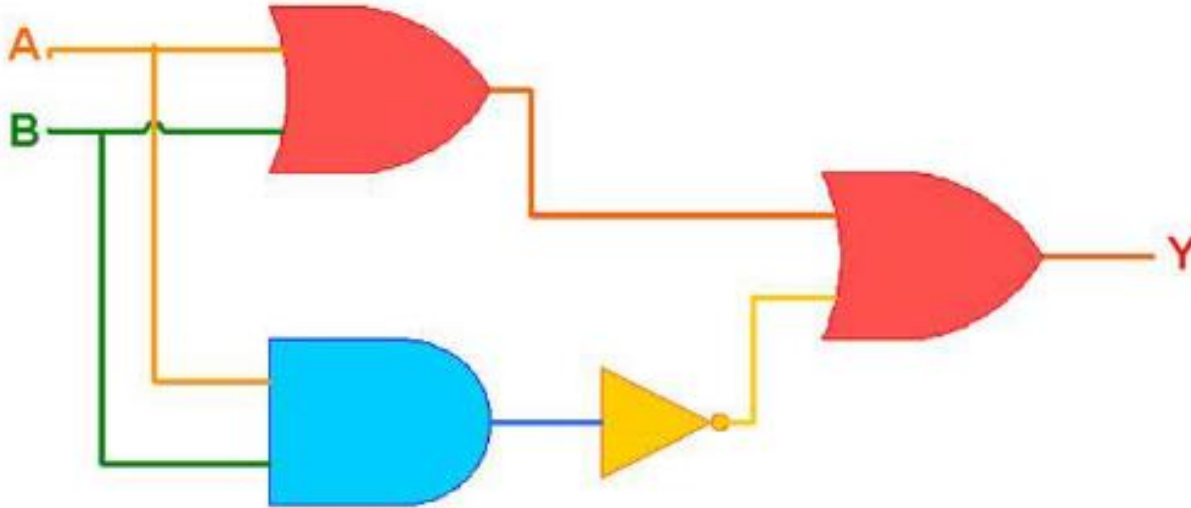


$$Y = f(A) = A \oplus B = (A \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B)$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้



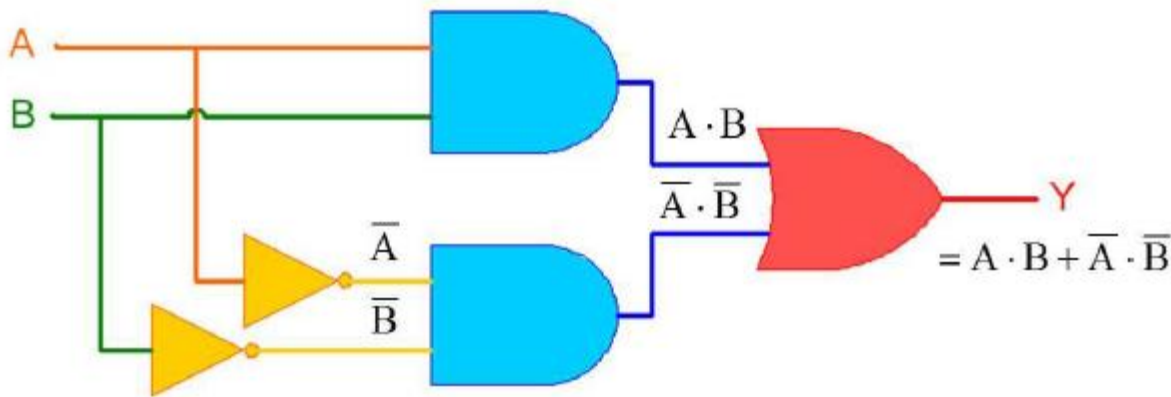
$$Y = f(A) = A \oplus B = (A + B) \cdot \overline{A \cdot B}$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

(Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้



$$Y = f(A,B) = \overline{A \oplus B} = (A \cdot B) + (\bar{A} \cdot \bar{B})$$

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

การสร้างตารางค่าความจริงเพื่อหาเอาต์พุตของสมการลอจิก

การเขียนตารางค่าความจริงของสมการลอจิกนั้น ต้องพิจารณาจำนวนตัวแปรอินพุต โดยกำหนดสถานะของอินพุตเพียง 2 สถานะเท่านั้น คือ “0” และ “1” ดังนั้น ตารางค่าความจริงจะมีจำนวนเอาต์พุตเป็นเท่าใด ขึ้นอยู่กับจำนวนอินพุต คือ จะได้ทั้งหมด 2^n เมื่อ n คือ จำนวนอินพุต

ให้เขียนตารางค่าความจริงของสมการพีชคณิตต่อไปนี้

(1) $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$ โดยมีตัวแปรอินพุต 2 ตัว ดังนั้น จึงมีเอาต์พุตทั้งหมด $2^2 = 4$ กรณี

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}B$	$A\overline{B}$	$Y = \overline{A}B + A\overline{B}$
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน (Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

(2) $Y = AB + \bar{C}$ มีตัวแปรอินพุต 3 ตัว ดังนั้น จึงมีเอาต์พุตทั้งหมด $2^3 = 8$ กรณี

A	B	C	AB	$\bar{C}$	$Y = AB + \bar{C}$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

(Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

ให้เขียนสมการพีชคณิตของวงจรลอจิกต่อไปนี้

(3) $Y = \overline{B}(\overline{A} + B)(\overline{A} + \overline{C})$ มีตัวแปรอินพุต 3 ตัว ดังนั้น จึงมีเอาต์พุตทั้งหมด $2^3 = 8$ กรณี

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$(\overline{A} + B)$	$(\overline{A} + \overline{C})$	$Y = \overline{B}(\overline{A} + B)(\overline{A} + \overline{C})$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

(Logic Circuit and Boolean Algebra)

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

(4) $Y = (A + \overline{B}C)C$ มีตัวแปรอินพุต 3 ตัว ดังนั้น จึงมีเอาต์พุตทั้งหมด $2^3 = 8$ กรณี

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{B}C$	$A + \overline{B}C$	$Y = (A + \overline{B}C)C$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

การเขียนสมการพีชคณิตจากวงจรลอจิก

(5) $Y = \overline{AB + CD}$ มีตัวแปรอินพุต 3 ตัว ดังนั้น จึงมีเอาต์พุตทั้งหมด $2^4 = 16$ กรณี

A	B	C	D	AB	CD	AB+CD	$Y = \overline{AB + CD}$
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

วงจรเชิงจัดหมู่

วงจรดิจิทัลจะประกอบด้วยการทำงานนำเกตต่าง ๆ มาต่อรวมกันให้สามารถทำงานได้ตามข้อมูลที่เข้าไปทางอินพุต โดยทั่วไปแล้วจะมีสองประเภท คือ

1. วงจรเชิงจัดหมู่ (**combination logic circuits**) เป็นวงจรที่สถานะทางเอาต์พุตขึ้นอยู่กับสถานะทางอินพุตหรือวงจรคอมไบเนชัน
2. วงจรเชิงลำดับ (**sequential logic circuits**) วงจรที่เอาต์พุตจะขึ้นอยู่กับสัญญาณนาฬิกาทางอินพุตด้วย

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

วงจรเชิงจัดหมู่

สมการลอจิกเกตและวงจรลอจิกเกตของวงจรแบบ **combination logic** มีจำนวนลอจิกเกตที่ต่ออยู่ในวงจรเป็นจำนวนมาก ส่งผลให้วงจรที่สร้างได้มีขนาดใหญ่ ทำให้ยุ่งยากต่อการสร้างและทำ ให้ต้นทุนในการผลิตสูง นอกจากนี้ยังทำให้การวิเคราะห์วงจรเป็นไปอย่างยากลำบาก

การลดรูปสมการลอจิกเกตให้มีรูปแบบที่ง่ายและประหยัด (**minimization**) จึงเป็นวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งจะส่งผลให้วงจรลอจิกที่สร้างได้มีจำนวนลอจิกเกตลดลง ลดต้นทุนในการผลิต และทำให้การวิเคราะห์ง่ายขึ้น

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงวิธีในการลดรูปวงจรลอจิกเกตที่สำคัญก่อน 2 วิธี ได้แก่

1. การลดรูปโดยใช้พีชคณิต (boolean algebra) และ
2. การใช้แผนผังคาร์โนห์ Karnaugh (Karnaugh Map หรือ K's Map)

Boolean Algebra Method

เป็นพีชคณิตที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรแบบลอจิก โดยอาศัยตัวดำเนินการทางลอจิกต่าง ๆ คำนวณ โดยนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ จอร์จ บูล (George Boole, 1815-1864) กฎของพีชคณิตบูลีน (Law of Boolean Algebra) ที่สำคัญได้แก่

1. กฎการตรงกันข้าม (Complement Law)

$$A \cdot \bar{A} = 0 \quad A + \bar{A} = 1$$

2. คุณสมบัติของศูนย์

$$0 \cdot A = 0 \quad 0 + A = A$$

3. คุณสมบัติของหนึ่ง

$$1 \cdot A = A \quad 1 + A = 1$$

4. กฎการสลับที่ (Commutative Laws)

$$A + B = B + A \quad AB = BA$$

5. กฎการจัดหมู่ (Associative Laws)

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$A(BC) = (AB)C$$

Boolean Algebra Method

6. กฎการกระจาย (Distributive Law)

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$A + (BC) = (A + B)(A + C)$$

7. กฎของเอกลักษณ์ (Identify Law)

$$A + A + \dots = A$$

$$AA \dots = A$$

8. กฎการลบข้าง (Negation)

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$$

9. กฎการลดทอน (Redundancy Law)

$$A + AB = A$$

$$A + \overline{A}B = A + B$$

$$A(A + B) = A$$

$$A(\overline{A} + B) = AB$$

10. ทฤษฎีของดีมอร์แกน (Demorgan's Theorems)

$$\overline{A + B} = \overline{A} \overline{B}$$

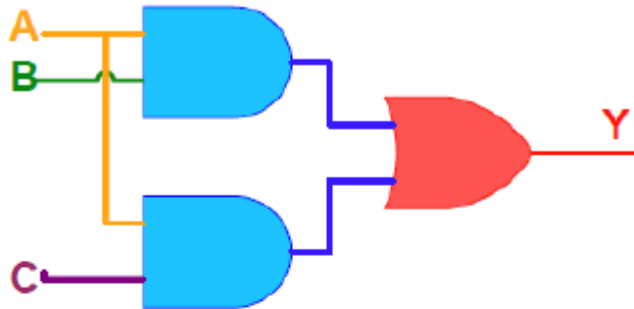
$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

Boolean Algebra Method

จากกฎพื้นฐานของพีชคณิตเหล่านี้ เราสามารถนำไปช่วยในการลดรูปของสมการลอจิกได้ ทำให้วงจรลอจิกที่ได้มีขนาดเล็กลง และต้นทุนในการผลิตต่ำ ทั้งยังส่งผลให้สามารถทำงานได้รวดเร็วขึ้น เนื่องจากสัญญาณอินพุตผ่านลอจิกเกตจำนวนน้อยก่อนการเกิดเป็นสัญญาณเอาต์พุต

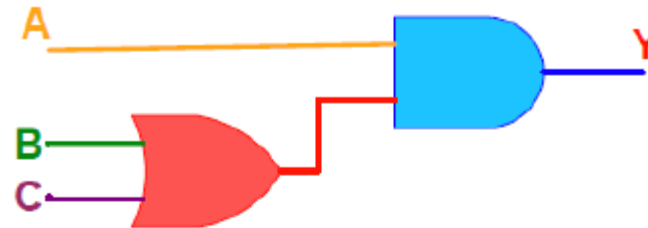
ตัวอย่างการใช้ Boolean Algebra เพื่อหาวงจรไฟฟ้าที่เหมือนกัน แต่ใช้จำนวนเกตน้อยกว่า พิจารณารายค่าความจริงสำหรับสมการลอจิก $AB + BC$ ในภาพ a และสมการลอจิก $A(B + C)$ ในภาพ b ซึ่งได้จากการลดรูปสมการลอจิกโดยใช้ Boolean Algebra

Boolean Algebra Method



$$AB + BC$$

A	B	C	AB	AC	$AB + BC$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1



$$A(B + C)$$

A	B	C	A	$B + C$	$A(B + C)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

การลดรูปสมการลอจิกโดยใช้ Boolean Algebra

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

ตัวอย่าง ให้ลดรูปสมการพีชคณิตลอจิกต่อไปนี้

$$(1) Y = A(B+C)\bar{A} + D$$

$$Y = A(B+C)\bar{A} + D$$

$$= A\bar{A}(B+C) + D$$

$$= 0(B+C) + D$$

$$= 0 + D$$

$$= D$$

$$A + B = B + A$$

$$AB = BA$$

.....กฎการสลับที่

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

$$A + \bar{A} = 1$$

.....กฎการตรงกันข้าม

$$0 \cdot A = 0$$

$$0 + A = A$$

.....คุณสมบัติของศูนย์

.....คุณสมบัติของศูนย์

$$(2) Y = \overline{\overline{A+B+C}}$$

$$Y = \overline{\overline{A+B+C}}$$

$$= \overline{(A+B) \cdot \bar{C}}$$

$$= \overline{(A+B) \cdot C}$$

$$= \overline{\overline{A+B}} \cdot C$$

$$= (\overline{\overline{A+B}}) \cdot C$$

$$= (A+B)C$$

$$\overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{B}}$$

$$\overline{\overline{A}} = A \quad \overline{\overline{B}} = B$$

.....ทฤษฎีของดีมอร์แกน

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$\overline{\overline{B}} = B$$

.....กฎการลบล้าง

.....ทฤษฎีของดีมอร์แกน

.....ทฤษฎีของดีมอร์แกน

.....กฎการลบล้าง

วงจรทางตรรกะและพีชคณิตบูลีน

ตัวอย่าง ให้ลดรูปสมการพีชคณิตลอจิกต่อไปนี้

$$Y = A + \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$Y = A + \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$= (A + \overline{A}B) + A\overline{B}$$

$$= (A + B) + A\overline{B}$$

$$= A + (B + A\overline{B})$$

$$= A + (B + A)$$

$$= A + B$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$A(BC) = (AB)C$$

.....กฎการจัดหมู่

.....กฎการลดทอน

$$A + AB = A$$

$$A + \overline{A}B = A + B$$

.....กฎการจัดหมู่

$$A(A + B) = A$$

$$A(\overline{A} + B) = AB$$

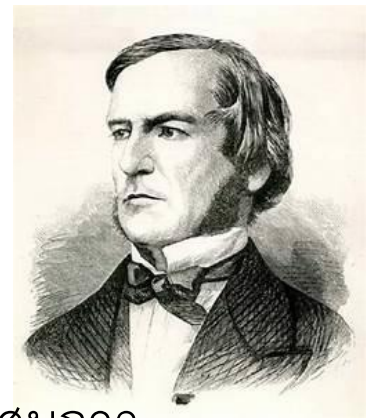
.....กฎการลดทอน

$$A + A + \dots = A$$

$$AA \dots = A$$

.....กฎของเอกลักษณ์

พื้นฐานของพีชคณิตบูลีน

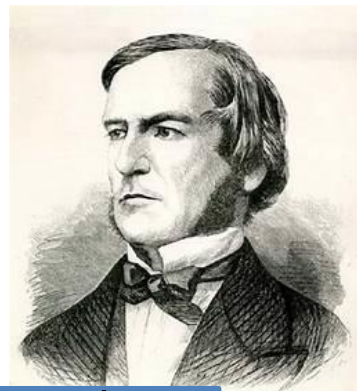


ทฤษฎีของบูลีน (Boolean Theory)

พีชคณิตบูลีนเป็นศาสตร์อีกแขนงหนึ่งที่น่าเอาเครื่องหมาย สัญลักษณ์ หรือสมการ มาแทนการทำงานของลอจิกเกต วงจรลอจิกเกต หรือวงจรดิจิทัล ซึ่งมีความสอดคล้องและเกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน ถูกคิดค้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ จอร์จ บูล เมื่อปี พ.ศ.2390

เรียกสมการนี้ว่า “**สมการลอจิก**” หรือ “**สมการบูลีน**” ทฤษฎีพีชคณิตบูลีนนี้ถูกนำมาใช้ลดรูปสมการ วิเคราะห์ ออกแบบ และแก้ไขวงจรดิจิทัลเบื้องต้นอย่างแพร่หลายจนถึงปัจจุบัน

พื้นฐานของพีชคณิตบูลีน



การลดรูปสมการคณิตศาสตร์ทางลอจิก

การลดรูปสมการคณิตศาสตร์ทางลอจิก เป็นกระบวนการที่ทำให้สมการเหลือตัวแปรน้อยที่สุด เมื่อนำสมการที่ลดรูปนั้นไปประกอบเป็นวงจรก็จะได้วงจรที่ใช้จำนวนอุปกรณ์น้อย และสามารถทำงานได้ตามฟังก์ชันที่ต้องการ

วิธีการที่นิยมใช้อยู่ในปัจจุบันมี 2 วิธีคือ

- 1. การลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีนและ**
- 2. การลดรูปสมการโดยใช้แผนผังคาร์โนห์**

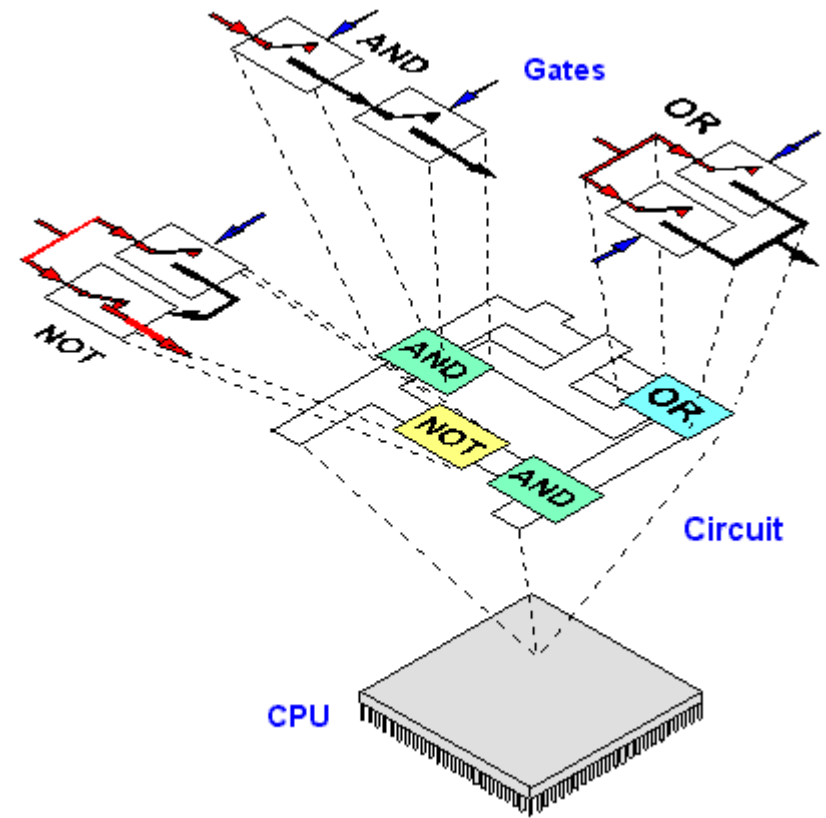
พื้นฐานของพีชคณิตบูลีน

1. การลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน

ทฤษฎีของบูลีน (Boolean Theory)

พื้นฐานของพีชคณิตบูลีน ทฤษฎีของบูลีน (Boolean Theory)

เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการคำนวณทางลอจิก ซึ่งใช้กับ เลขฐาน 2 ที่มีตัวแปร 0 และ 1 ร่วมกับการใช้งานของ AND Gate, OR Gate และ NOT Gate หรือคอมพลีเมนต์



พื้นฐานของพีชคณิตบูลีน

ทฤษฎีของบูลีน (Boolean Theory)

พื้นฐานของพีชคณิตบูลีน

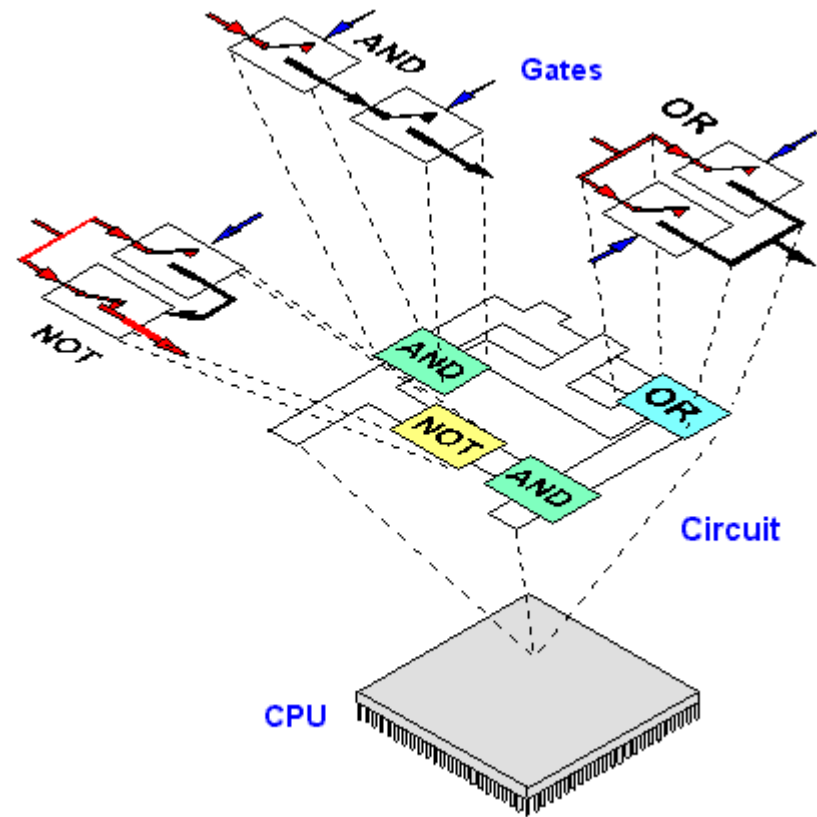
เนื่องจากเลขฐานสอง มีความสำคัญมาก
ในทางวงจรลอจิกเกท กล่าวคือ สัญลักษณ์
0 และ 1 จะใช้แสดงสถานะสองสถานะของ
วงจร หรืออุปกรณ์ดิจิทัล คอมพิวเตอร์

โดยสถานะ 0 และ 1 นี้ อาจจะมีลักษณะ

เป็น **ON** และ **OFF**

สวิตช์ปิดและสวิตช์เปิด แรงดันไฟฟ้าสูง
และ ต่ำ แรงดันไฟฟ้าบวกและลบ เป็นต้น

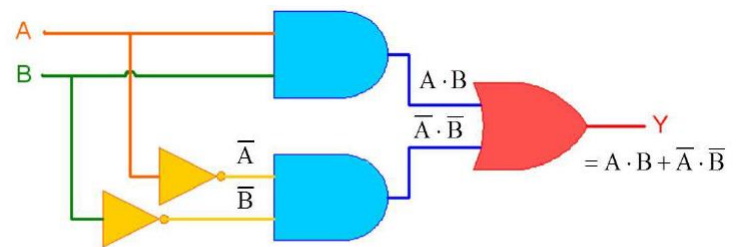
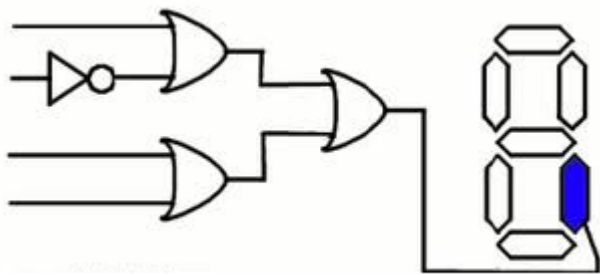
1.การลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน



ทฤษฎีของบูลีน (Boolean Theory)

หลักเกณฑ์ที่สำคัญของทฤษฎีบูลีน จะถูกนำมาเขียนเป็นรูปสมการของตัวแปรแทน วงจรลอจิก เราสามารถเปลี่ยนรูปสมการบูลีนให้มีรูปใหม่ที่มีจำนวนเทอม และตัวแปรน้อยลงได้

ในทำนองเดียวกัน สามารถเปลี่ยนแปลงวงจรลอจิกที่มีจำนวนเกทหลายตัว มีความซับซ้อนมากให้มีขนาดน้อยลง ขณะที่ฟังก์ชันการทำงานเหมือนเดิม



$$Y = f(A,B) = \overline{A \oplus B} = (A \cdot B) + (\bar{A} \cdot \bar{B})$$

ทฤษฎีของบูลีน (Boolean Theory)

ทฤษฎีของบูลีนซึ่งมีกฎต่าง ๆ จึงมีประโยชน์และนำไปใช้งานในการเขียนสมการแทนวงจรลอจิกได้ และสามารถเขียนวงจรลอจิกจากสมการบูลีนได้

อีกทั้งสามารถลดรูปวงจร ลอจิกที่มีจำนวนเกทมาก ๆ ซับซ้อนให้มีขนาดเล็กลงได้ เพื่อความประหยัดในการออกแบบ ลดเวลาหน่วงในการทำงานของวงจรลอจิก

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

พีชคณิตบูลีน คือ ระบบของคณิตศาสตร์ทางลอจิก ซึ่งประกอบด้วยกฎพื้นฐานต่าง ๆ ดังนี้

กฎของ **OR** ซึ่งมี 4 ข้อดังนี้

กฎข้อที่ 1 $A + 0 = A$

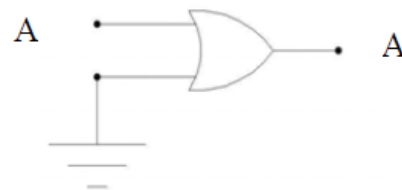
กฎข้อที่ 2 $A + 1 = 1$

กฎข้อที่ 3 $A + A = A$

กฎข้อที่ 4 $A + \bar{A} = 1$

กฎข้อที่ 1

1. $A + 0 = A$

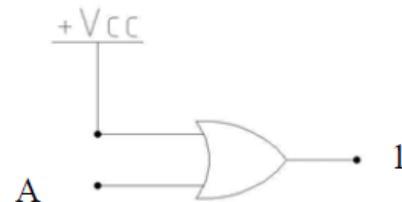


$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

กฎข้อที่ 2

2. $A + 1 = 1$



$$A + A = A$$

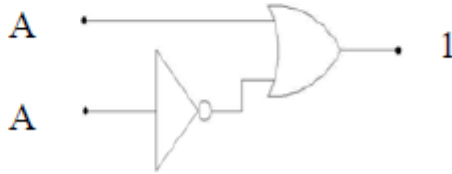
$$A + \bar{A} = 1$$

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรถลอจิก

กฎข้อที่ 3 $A + A = A$

กฎข้อที่ 4 $A + \bar{A} = 1$

1. การลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน

กฎของออร์	การพิสูจน์เปรียบเทียบ
กฎข้อที่ 3 $A + A = A$	
กฎข้อที่ 4 $A + \bar{A} = 1$	

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

พีชคณิตบูลีน คือ ระบบของคณิตศาสตร์ทางลอจิก ซึ่งประกอบด้วยกฎพื้นฐานต่าง ๆ ดังนี้

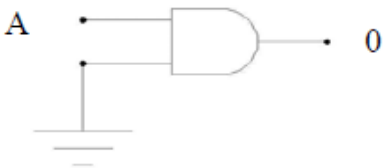
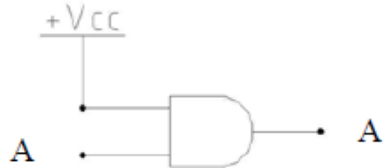
กฎของ **AND** มี 4 ข้อดังนี้ คือ

กฎข้อที่ 5 $A \cdot 0 = 0$

กฎข้อที่ 6 $A \cdot 1 = A$

กฎข้อที่ 7 $A \cdot A = A$

กฎข้อที่ 8 $A \cdot \bar{A} = 0$

กฎของแอนด์		การพิสูจน์เปรียบเทียบ
กฎข้อที่ 5	$A \cdot 0 = 0$	
กฎข้อที่ 6	$A \cdot 1 = A$	

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$A \cdot A = A$$

$$A \cdot \bar{A} = 0$$

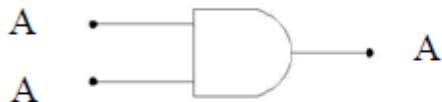
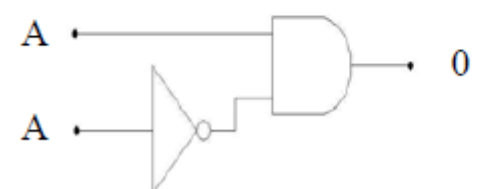
พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

พีชคณิตบูลีน คือ ระบบของคณิตศาสตร์ทางลอจิก ซึ่งประกอบด้วยกฎพื้นฐานต่าง ๆ ดังนี้

กฎของ **AND** มี 4 ข้อดังนี้ คือ

กฎข้อที่ 7 $A.A = A$

กฎข้อที่ 8 $A.\bar{A} = 0$

กฎของแอนด์		การพิสูจน์เปรียบเทียบ	
กฎข้อที่ 7	$A.A = A$		
กฎข้อที่ 8	$A.\bar{A} = 0$		

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรถลอจิก

กฎของนอต (NOT)

1. $\bar{0} = 1$

2. $\bar{1} = 0$

3. ถ้า $A = 0$ แล้ว $\bar{A} = 1$

4. ถ้า $A = 1$ แล้ว $\bar{A} = 0$

5. $\overline{\bar{A}} = A$

1. การลดรูปสมการโดยใช้พีชคณิตบูลีน

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

กฎของการสลับที่ (Commutative Laws)

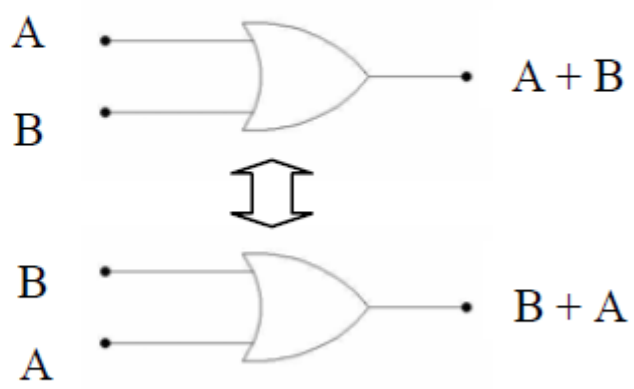
กฎนี้เป็นกฎการสลับที่ของ AND GATE และ OR GATE ซึ่งมีดังนี้คือ

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

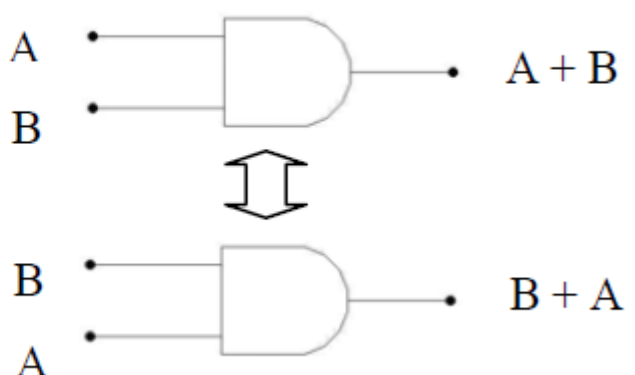
$$A + B = B + A$$

กฎของการสลับที่	การพิสูจน์เปรียบเทียบ
1. $A + B = B + A$	

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

กฎของการสลับที่ (Commutative Laws)

$$A \cdot B = B \cdot A$$

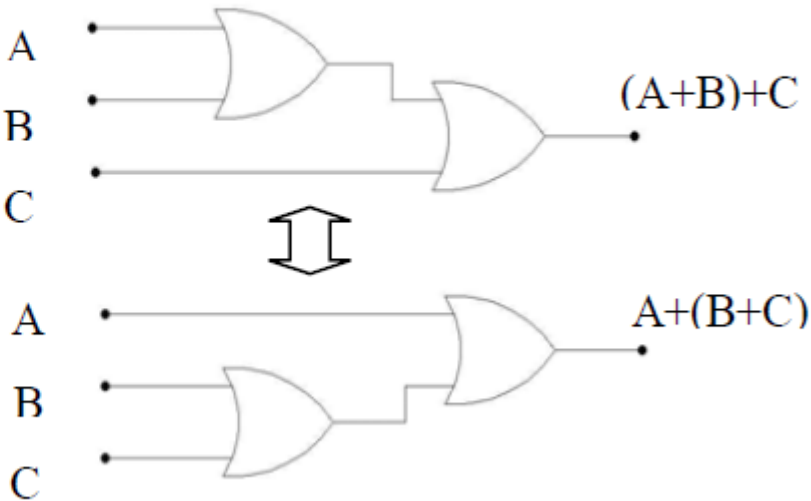
กฎของการสลับที่	การพิสูจน์เปรียบเทียบ
2. $A \cdot B = B \cdot A$	

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

กฎการจัดกลุ่ม (Associative Laws)

กฎการจัดกลุ่มเป็นกฎที่ใช้ในการจัดกลุ่มของตัวแปรใหม่ ซึ่งมีกฎต่าง ๆ ดังนี้คือ

1. $(A + B) + C = A + (B + C)$
2. $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$

กฎของการรวมกัน	การพิสูจน์เปรียบเทียบ
1. $(A + B) + C = A + (B + C)$	

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

$$2. A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

กฎของการรวมกัน	การพิสูจน์เปรียบเทียบ
2. $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$	The diagram illustrates the associative property of Boolean algebra using two circuit diagrams. The top diagram shows inputs A and B connected to a first AND gate, with its output connected to a second AND gate along with input C, resulting in the output (A.B).C. The bottom diagram shows inputs B and C connected to a first AND gate, with its output connected to a second AND gate along with input A, resulting in the output A.(B.C). A double-headed vertical arrow between the two diagrams indicates their logical equivalence.

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

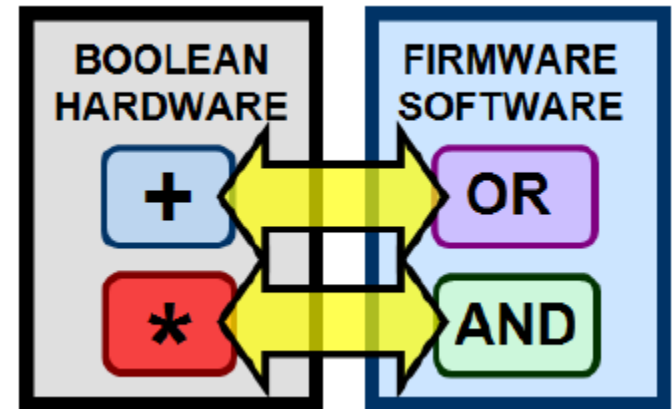
กฎการกระจาย (Distributive Laws)

$$A + \overline{A}B = A + B$$

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$A + BC = (A + B)(A + C)$$

$$\overline{A} + A.B = \overline{A} + B$$



หรือ

$$A(B + C) = (AB) + (AC)$$

$$A + (BC) = (A + B)(A + C)$$

$$A + \overline{A}B = A + B$$

$$\overline{A} + AB = \overline{A} + B$$

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรถลอจิก

กฎการกระจาย (**Distributive Laws**)

$$A + \overline{A}B = A + B$$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{A}B$	$A + \overline{A}B$	$A+B$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

$A(B + C) = (AB) + (AC)$ สามารถพิสูจน์ได้จากตารางความจริง
โดยใช้คุณสมบัติการทำงานของแอนด์เกตและออร์เกตจะได้ดังนี้

A	B	C	AB	AC	B + C	A(B+C)	(AB)+(AC)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรถลอจิก

$A + (BC) = (A + B)(A + C)$ สามารถพิสูจน์ได้จากตารางความจริง โดยใช้คุณสมบัติการทำงานของแอนด์เกต และออร์เกตจะได้ดังนี้

A	B	C	BC	A+B	A+C	A+(BC)	(A+B)(A+C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรลอจิก

$$\overline{A} + AB = \overline{A} + B$$

สามารถพิสูจน์ได้จากตารางความจริง โดยใช้คุณสมบัติการทำงานของนอตเกต แอนด์เกต และออร์เกตจะได้ดังนี้

A	B	$\overline{A}$	AB	$\overline{A} + AB$	$\overline{A} + B$
0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1

พีชคณิตบูลีนและการลดรูปวงจรถลอจิก

กฎการลดทอน (Absorptive Laws)

กฎนี้จะช่วยให้สามารถลดการแสดงทางลอจิกที่ซับซ้อนให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่ายโดยลดทอนบางเทอมจากที่มีอยู่เดิม ซึ่งมีกฎต่าง ๆ ดังนี้

$$A + AB = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A \cdot (\overline{A} + B) = AB$$

สรุปกฎของพีชคณิตบูลีน (Boolean algebra Law's)

กฎและสูตรต่าง ๆ ที่เขียนขึ้นมาจากการกระทำตามตัวกระทำของตัวแปรใด ๆ หรือค่าคงที่ใด ๆ กับตัวแปร ซึ่งแยกเป็น 6 กลุ่ม รวม 21 สูตร คือ

1. กฎของนอต (NOT)

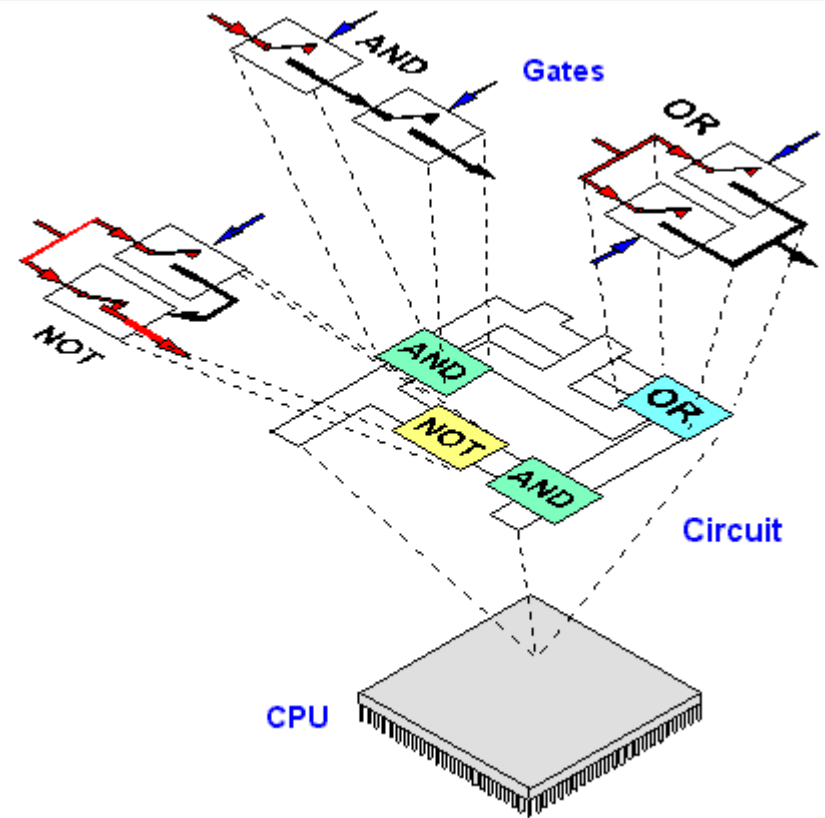
1. $\bar{0} = 1$

2. $\bar{1} = 0$

3. ถ้า $A = 0$ แล้ว $\bar{A} = 1$

4. ถ้า $A = 1$ แล้ว $\bar{A} = 0$

5. $\bar{\bar{A}} = A$



สรุปกฎของพีชคณิตบูลีน (Boolean algebra Law's)

กฎและสูตรต่าง ๆ ที่เขียนขึ้นมาจากการกระทำตามตัวกระทำของตัวแปรใด ๆ หรือค่าคงที่ใด ๆ กับตัวแปร ซึ่งแยกเป็น 6 กลุ่ม รวม 21 สูตร คือ

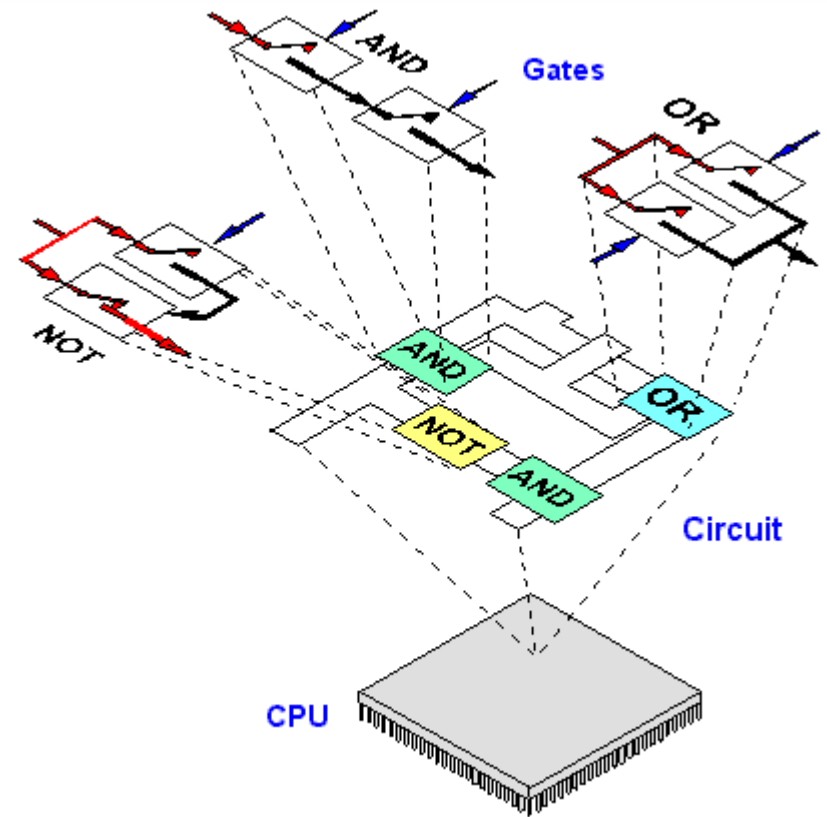
2. กฎของแอนด์ (AND)

$$6. A \cdot 0 = 0$$

$$7. A \cdot 1 = A$$

$$8. A \cdot A = A$$

$$9. A \cdot \bar{A} = 0$$



สรุปกฎของพีชคณิตบูลีน (Boolean algebra Law's)

กฎและสูตรต่าง ๆ ที่เขียนขึ้นมาจากการกระทำตามตัวกระทำของตัวแปรใด ๆ หรือค่าคงที่ใด ๆ กับตัวแปร ซึ่งแยกเป็น 6 กลุ่ม รวม 21 สูตร คือ

3. กฎของออร์ (OR)

$$10. A + 0 = A$$

$$11. A + 1 = 1$$

$$12. A + A = A$$

$$13. A + \bar{A} = 1$$

4. กฎของการสลับที่ (Commutative Law)

$$14. A \cdot B = B \cdot A$$

$$15. A + B = B + A$$

สรุปกฎของพีชคณิตบูลีน (Boolean algebra Law's)

กฎและสูตรต่าง ๆ ที่เขียนขึ้นมาจากการกระทำตามตัวกระทำของตัวแปรใด ๆ หรือค่าคงที่ใด ๆ กับตัวแปร ซึ่งแยกเป็น 6 กลุ่ม รวม 21 สูตร คือ

5. กฎของการรวมกัน (Associative Law)

$$16. A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$17. A(BC) = (AB)C$$

6. กฎของการกระจาย (Distributive Law)

$$18. A(B + C) = (AB) + (AC)$$

$$19. A + (BC) = (A + B)(A + C)$$

$$20. A + \bar{A}B = A + B$$

$$21. \bar{A} + AB = \bar{A} + B$$

เช็คชื่อ